I.B. "Vall d'Hebron" -99

Práctica nº 2

CARGA Y DESCARGA DE UN CONDENSADOR Y DE UNA AUTOINDUCCI

MATERIAL :

1 relé, un generador de pulsos, dos resistencias, un condensador y una autoinducción, una fuente de alimentación y un osciloscopio.

FUNDAMENTOS TEORICOS

1º Carga y descarga de una ~~autoinducción~~ condensador

Fundamentos teóricos:

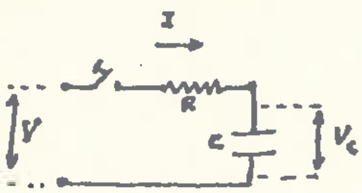
Un condensador es un sistema formado, esencialmente, por dos placas conductoras separadas por un material dieléctrico.

Sabemos que en este sistema la diferencia de potencial entre placas (armaduras) es proporcional a la carga existente entre ellos:

$$V = \frac{1}{C} Q \qquad \text{ó} \qquad Q = C V$$

Siendo la constante C una caracteristica del condensador denominada capacidad.

Si un condensador descargado se conecta a una determinada tensión através de una resistencia esa tensióan no aparecerá en bornes del condensador hasta que haya circulado hacia él la carga necesaria para adquirir esa diferencia de potencial.



La resistencia R estará sometida a una diferencia de potencial:

$$V - V_c$$

y la intensidad que fluirá através de ella hacia el condensador será:

$$I = \frac{V - V_c}{R}$$

Como $\quad Q = C V_c \quad$ y $\quad I = \frac{dQ}{dt} = C \frac{dV_c}{dt}$

tendremos: $\quad C \frac{dV_c}{dt} = \frac{V}{R} - \frac{V_c}{R}$

Una ecuación de este tipo tiene una solución, en general, del t la forma: $V_c = A\,(1-e^{-\lambda t})$

Veamos: $$C\,(A\lambda e^{-\lambda t}) = \frac{V}{R} - \frac{A}{R}\,(1-e^{-\lambda t})$$

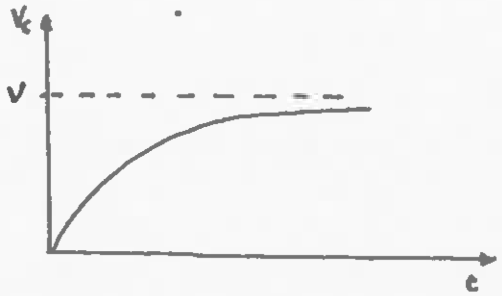
$$C A \lambda e^{-\lambda t} = \frac{V}{R} - \frac{A}{R} + \frac{A}{R}\,e^{-\lambda t}$$

si A = V

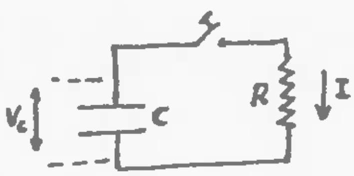
$$C V \lambda e^{-\lambda t} = \frac{V}{R}\,e^{-\lambda t} \quad y \quad C\lambda = \frac{1}{R} \text{ ó } \lambda = \frac{1}{RC}$$

$$y: \boxed{V_c = \frac{V}{R}\,(1-e^{-\frac{1}{RC}t})}$$

Cuya gráfica es de la forma:



Si hacemos al revés: partimos d· un condensador cargado a V volta y lo descargamos através de una resistencia R



$$V_c = I R$$

$$y \quad V_c = \frac{Q}{C}$$

$$y \quad I = -\frac{dQ}{dt} = -C\,\frac{dV_c}{dt}$$

asi podemos ecribir:

$$V_c = -RC\,\frac{dV_c}{dt}$$

Es evidente que al ser V_C proporcional a su derivada debe tratarse de una función del tipo: $V_c = V_0\,e^{\lambda t}$

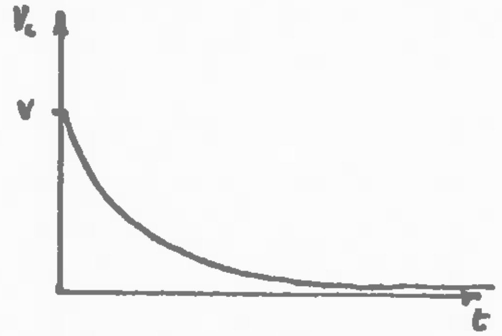
$$y \quad V_0\,e^{\lambda t} = -RC\,V_0\,\lambda\,e^{\lambda t}$$

con lo que $\lambda = -\frac{1}{RC}$ y $V_c = V_0\,e^{-\frac{1}{RC}t}$

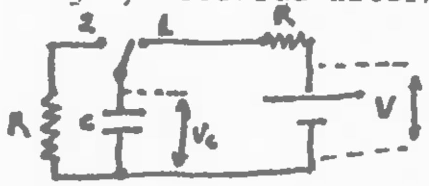
Como cuando $t=0$ es $V_c=V$ debe ser $V_0=V$

y $$\boxed{V_c = V e^{-\frac{1}{RC}t}}$$

cuya representación gráfica es de la forma:

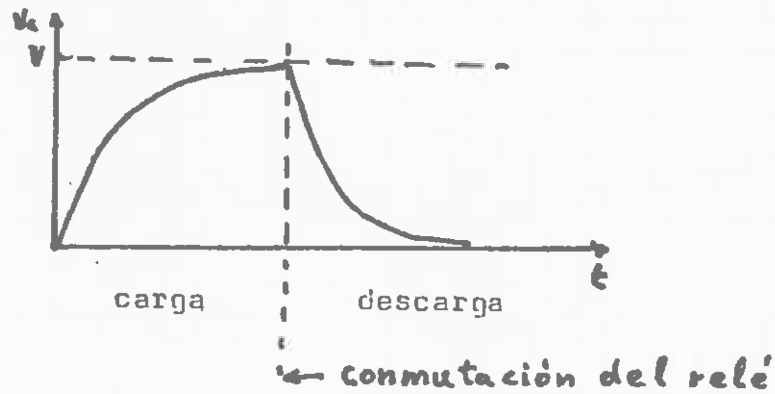


Un proceso de caga y descarga alternativo se podría obtener:



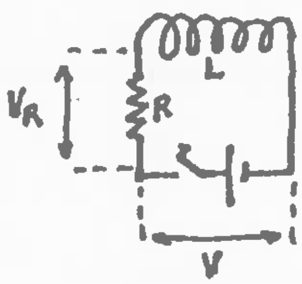
Circuito I

si se alterna la posición de contacto del relé entre "1" y "2" (carga y descarga respectivamente) y visualizamos la tensión V_c en un osciloscopio tendríamos, una vez esté sincronizado, una imagen tal como:



2º Carga y descarga de una autoinducción:

Consideremos el circuito siguiente:



En el momento que conectemos se generará en la bobina una fuerza contra electromotriz: $\varepsilon = -L \dfrac{dI}{dt}$

Teniendo en cuenta que $V_R = I.R$ y que en cada instante

$$V - IR + \varepsilon = 0 \qquad \text{(2º Lema de Kirchoff)}$$

será
$$V - IR - L\frac{dI}{dt} = 0$$

y
$$L\frac{dI}{dt} = V - IR$$

Esta ecuación es formalmente identica a la de carga de un condensador (en este caso está planteada para la intensidad) y, como allí, tendremos una solución del tipo:

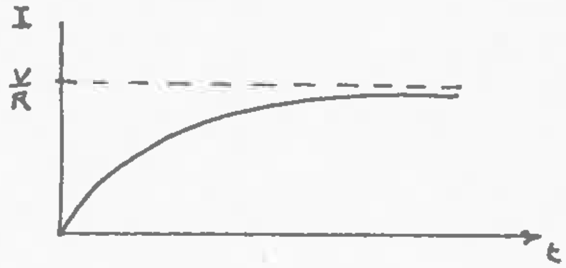
$$I = I_0 \left(1 - e^{-\lambda t}\right)$$

con lo que $\quad L\, I_0 \lambda e^{-\lambda t} = V - I_0 R + I_0 R\, e^{-\lambda t}$

y haciendo $\quad V = I_0 R \quad$ tendremos $L \dfrac{V}{R} \lambda e^{-\lambda t} = V e^{-\lambda t}$ y $\lambda = \dfrac{R}{L}$

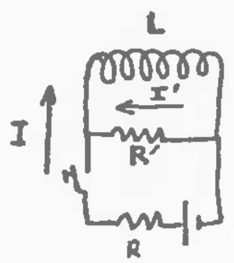
con lo que: $\quad I = \dfrac{V}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$

cuya representación gráfica es:



nótese que tanto da hablar de I como de V_R ya que son proporcionales y coincidirán salvo un factor de escala.

Pensemos ahora en el siguiente circuito:



Circuito II

que inicialmente estaba cerrado y por él circulaba una corriente I'_0

Aunque ahora tengamos la resistencia R', fijaos que una vez en estado estacionario la "resistencia" de la bobina es pequeñísima con lo que por poco que valga R' no influirá en el valor de I'_0 ya que prácticamente toda pasa por la bobina.

Si abrimos el circuito tendremos:

$$\mathcal{E} = -L\frac{dI'}{dt} \qquad y \qquad e = I'R' \qquad \text{(Ley de Ohm)}$$

$$y \quad I'R' = -L\frac{dI'}{dt}$$

que admite una solución de la forma

$$I' = I'_0 e^{\lambda t}$$

sustituyendo:

$$I'_0 R' e^{\lambda t} = -L I'_0 \lambda e^{\lambda t}$$

$$y \quad R' = -L\lambda \quad \text{ó} \quad \lambda = -\frac{R'}{L}$$

Siendo I'_0 la intensidad que circulaba por la bobina en el instante t=0

$$I'_0 = \frac{V}{R} \qquad y \qquad \boxed{I' = \frac{V}{R} e^{-\frac{R'}{L}t}}$$

Nótese que la caida de tensión en bornes de R' en el momento de desconectar puede ser muy superior a la que pudiera haber antes de desconectar (prácticamente cero por la baja resistencia de la bobina)

$$V_{R'} = V_B = I'R' = \frac{R'V}{R} e^{-\frac{R'}{L}t}$$

$$si \quad R' > R \Rightarrow V'_{R\,max} > V$$

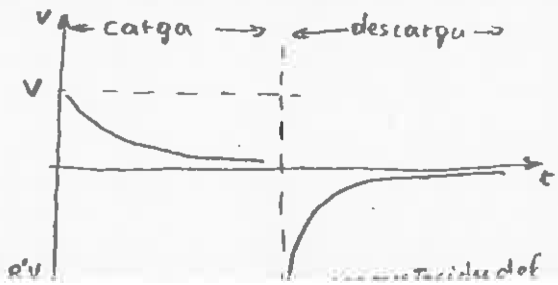
$$si \quad R' = R \Rightarrow V_{R'max} = V \qquad y \; si \quad R' < R \Rightarrow V_{R'max} < V$$

Si medimos la tensión en bornes de la bobina tendremos:

En carga: $$V_B = \mathcal{E} = -L\frac{dI}{dt} = -\frac{V}{L} e^{-\frac{R}{L}t}$$

En descarga $$V_B = V_{R'} = I'R' = \frac{R'V}{R} e^{-\frac{R'}{L}t}$$

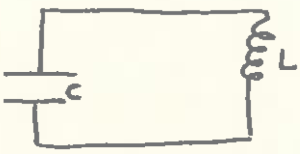
Que gráficamente y suponiendo R' R



Debe hacerse notar que el valor de la tensión maxima en el proceso de carga no sería V sino algo menor debido a la presencia de R´que no se tubo en cuenta en el cáculo correspondiente. La aproximación será tanto mejor cuanto mayor sea el valor de R´relativo a R

3º Descarga mutua de condensador sobre bobina y de bobina sobre condensador

Supongamos el circuito de la figura. Si inicialmente habiá una diferencia de potencial V en bornes del condensador apliquemos las ecuaciones correspondientes a la fuerza electromotriz producidad por la descarga sobre la bobina, de la propia descarga del condensador y la 2ª ley de Kirchoff:



$$\left.\begin{cases} \varepsilon = -L\dfrac{dI}{dt} \\ \left.\begin{array}{l} I = -\dfrac{dQ}{dt} \\ V = \dfrac{Q}{C} \\ V + \varepsilon = 0 \end{array}\right\} I = -C\dfrac{dV}{dt} = C\dfrac{d\varepsilon}{dt} \end{cases}\right\} \varepsilon = -LC\ddot{\varepsilon} \Rightarrow \ddot{\varepsilon} = -\frac{1}{LC}\varepsilon$$

Sin duda reconocereis el parecido entre esta ecuación y la dels movimiento de una masa suspendida de un muelle:

$$\ddot{x} = -\frac{k}{m}x$$

Como en aquél caso la solución es del tipo:

$$x = A\,\mathrm{sen}(wt) \qquad \varepsilon = \varepsilon_{max}\,\mathrm{sen}(wt)$$

y se tratará de un sistema oscilante en el que la energía es trasmitida desde el condensador (electrica) a la autoinducción (magnética) alternativamente como en el otrocaso la energía cinética se convertía en elástica de deformación del muelle.

La frecuencia de oscilación fundamental sería:

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \qquad \nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC}}$$

sistema mecánico — sistema eléctrico

PROCEDIMIENTO OPERATORIO

1. Condensador

1.1: Conectar el osciloscopio entre bornes del condensador del ci circuito I (pag 3) Conectar el excitador del relé al generador de pulsos

Ajustar la frecuencia del generador de pulsos y del barrido del osciloscopio hasta observar la curva propuesta.

(Tened en cuenta que la conmutacion del rele dura un cierto tiempo y que se observará un tiempo muerto entre la carga y la descarga)

1.2: Calcular el tiempo de carga y el tiempo de descarga

1.3: Hacer una estima del valor del condensador conocida la resistencia.

2. Bobina

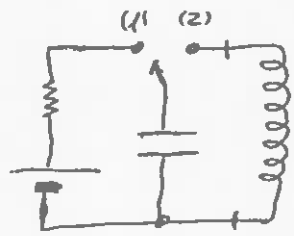
2.1: Concectar el osciloscopio entre extremos de la autoinduccion en el circuito II (pag 4)

Ajustar la frecuencia del generador de pulsos y del barrido del osciloscopio hasta observar la figura propuesta.

2.2: La curva observada ¿Te sugiere alguna aplicacion domestica? Piensa como se enciende un fluorescente.

3. Condensador y bobina

3.1. Conectar el osciloscopio a los bornes de la autoinduccion en la f el circuito de la figura adjunta . Conectar el rele al generador de pulsos. Ajunstar las frecuencias hasta observar varias oscilaciones del circuito hasta la recarga



3.2: ¿Porque es necesario recargar el condensador?

3.3: ¿Cual es la frecuencia de las oscilaciones?

3.4: Hacer una estima del valor de L conocido C