3-5-79

Fís.

MEDIDA DE LA CONSTANTE RECUPERADORA DE UN MUELLE; APLICACION A LA MEDIDA DE DENSIDADES DE UN SOLIDO

Si un sólido es sometido a la acción de una fuerza, dicho sólido se deforma. Para una determinado número de materiales y dentro de ciertos límites que dependenden de la forma de cristalización, de la historia previa del material, etc..., la deformación es proporcionala la fuerza que la produce. Siempre que un material responda a esta ley se dice de él que es elástico (el acero por ejemplo). Para un material elástico se puede escribir

$F=-Kx$ donde x representa la deformación medida desde el punto de equilibrio, F la fuerza que produce la deformación y el signo menos se debe a que la fuerza de la que hablamos es la que ejerce el material al ser deformado y tiende a recuperar la forma de equilibrio del sólido.

El sólido de que disponemos es un resorte helicoidal de acero que se suspende de uno de sus extremos. Suponemos que en esta situción se halla en equilibrio. Cada vez que se efectúe una fuerza sobre el otro extremo el muelle se deformará variando su longitud. En estas condiciones la deformación pude ser medida comparando la longitud del resorte deformado con la del mismo en equilibrio. Sea x la diferencia.

Para medir directamente la diferencia colocamos paralelamente al muelle una cinta métrica cuyo cero coincida con la posición del extremo inferior en equilibrio (con el muelle sin carga). Colgamos del muelle diversas masas conocidas cuyos pesos serán, por tanto conocidos. de esta forma obtenemos una serie de pares (fuerza, deformación) cuya representación gráfica debe ser una serie de puntos alineados. Seguramente, debido a que la obtención de datos está siempre sometida a error, los puntos obtenidos en el plano fuerza-deformación no formarán una sucesión alineada y por tanto no determinarán una recta. Si las observaciones experimentales no están sometidas a error sistemático las desviaciónes respecto al comportamiento ideal deben ser al menos en signo aleatorias y supondremos que el comportamiento ideal es aquel que hace mínima la suma de los cuadrados de las desviaciónes. Si $F=Kx+b$ es la recta representante del comportamiento ideal para cada valor x de la deformación calculamos un valor de F que se deviará una cierta cantidad del valor obtenido experimentalmente. Para cada valor X_i tendremos un valor Kx_i+b calculado y un valor experimental F_i que supone una desviación F_i-Kx_i-b. La suma de los cuadrados de las desviaciones será $\sum(F_i-Kx_i-b)^2$. Los valores de K y b debenser tales que hagan mínima la última cantidad, por tanto:

$$\frac{\partial\sum(F_i-Kx_i-b)^2}{\partial K}=0 \qquad \text{Y} \qquad \frac{\partial\sum(F_i-Kx_i-b)^2}{\partial b}=0$$

[287 (2)]

que dan lugar a las ecuaciones

$$-2\sum x_i(F_i-Kx_i-b) = 0 \qquad y \qquad -2\sum(F_i-Kx_i-b) = 0$$

Una vez desarroladas llegamos al resultado

$$\left.\begin{array}{l}\sum x_iF_i - K\sum x_i^2 - b\sum x_i = 0\\ \sum F_i \quad - K\sum x_i - N\,b = 0\end{array}\right\}$$

Donde N es el número de medidas x_i efectuadas

Despejando en este sistema K y b se obtienen los coeficientes de la recta que interpretamos como representante del comportamiento ideal

Una vez deducido el valor de la constante de recuperación por este procedimiento que ademos nos da una idea de la fiabilidad de dicho valor estamos en condiciones de utilizar el muelle como dinamómetro y conociendo el valor de g podemos determinar las masas de cuerpos.

Debido al principio de arquímedes siempre que un cuerpo este sumergido en un fluido sufre un empuje igual al peso del fluido desalojado por el cuerpo : E=dVg por ello el peso observado con el dinamómetro no es el peso del cuerpo sino el del mismo deducido el empuje fluidoestático que corresponda.

En el aire el peso observado será:

(1) $P = Mg - d\,V\,g$ donde d es la densidad del fluido donde está sumergido el objeto, V el volumen del objeto, M la masa del cuerpo y g la intensidad del campo gravitatorio en la zona donde se realiza el experimento.

Si sumergimos el objeto ahora en agua, por ejemplo, el peso observado será: $P' = Mg - d'V\,g$

Si restamos ambas expresiones

$$P-P' = (d'-d)\,V\,g$$

Como d es muy pequeña frente a d' podemos despreciarla y escribir: (2)

$$P-P' = d'V\,g$$

y el volumen del cuerpo será

$$V = \frac{P-P'}{d'g}$$

Fijándonos ahora en la ecuación (1) y teniendo en cuenta la aproximación (2)

$$M = \frac{P}{g}$$

y la densidad del cuerpo será:

$$D = \frac{P\,d'}{P-P'}$$