

## El moviment harmònic simple

### Material per al professorat

#### Orientacions didàctiques

---

##### Temporització

- 1 hora per a l'experimentació.
- 1 hora per a respondre el qüestionari.

##### Alumnes als quals s'adreça l'experiència

Alumnes de 2n de batxillerat

##### Metodologia

- L'experiment permet visualitzar que tant l'elongació com la força són funcions sinusoidals del temps i que tenen el mateix període. Aquest es pot determinar i comparar amb el valor teòric.
- En aquest experiment ens interessa mesurar la força que actua sobre la massa. Tanmateix, el sensor mesura, per defecte, la força que actua sobre ell mateix, que té el sentit contrari a la força que actua sobre la massa. El programa **Multilab** permet, obtenir el gràfic de la força que actua sobre la massa seleccionant, a l'inici de la configuració, l'opció **Estirar positiu** del sensor de força. És important que l'alumnat faci l'esquema de forces que actuen sobre la massa i sobre el sensor per tal d'ajudar a comprendre el canvi que s'ha de realitzar.
- Feu notar que l'origen de la posició  $x$  de la massa, donada pel gràfic, és el del sensor de distància i que el valor absolut de la força  $F$  és l'increment experimentat per la força que actua sobre el sensor de força en la posició d'equilibri, és a dir, respecte del pes del portapesos amb la seva càrrega (suposem negligible la massa de la molla).
- El gràfic  $F-x$  mostra que la relació entre la força i l'elongació és lineal, és a dir, que la molla compleix la llei de Hooke i l'opció **Ajust lineal** permet determinar la constant recuperadora que ve donada pel pendent de la recta.
- Les qüestions relacionades amb l'equació del moviment poden obviar-se si es considera que resulten molt difícils per a l'alumnat o treballar-los únicament amb alumnes amb un bon nivell matemàtic.
- Una altra qüestió important, per la confusió que sovint té l'alumnat sobre el particular, és destacar que l'origen de temps és el moment en què es comença a mesurar i no el moment en que s'inicia el moviment.

#### Orientacions tècniques

---

- Perquè els gràfics surtin regulars cal que la massa oscil·li regularment. Per aconseguir-ho cal subjectar amb fermesa dobles nous i mordasses, així com fixar la molla al sensor de força i al portapesos mitjançant una mica de plastilina o de Blu-tack.

- Si no s'ha seleccionat l'opció del sensor de força **Estirar positiu**, la força sortirà negativa i en fase amb la posició, ja que és la força que actua sobre el sensor i no sobre la massa. El problema es pot solucionar anant al menú **Anàlisi** i seleccionant, per a la força:

**Ajudant d'anàlisi → Funció → Absoluta**

- Si el gràfic  $x-t$  surt amb molt "soroll", caldrà suavitzar-lo fent ús del botó **Més suau** abans d'obtenir la velocitat per derivació i el mateix s'haurà de fer amb el gràfic  $v-t$ , abans d'obtenir l'acceleració.
- Per obtenir bons resultats el conjunt ha d'oscil·lar amb suavitat. Per aconseguir-ho caldrà posar en el portapesos els pesos adients (més massa quan més gran sigui la constant de la molla).

**Conclusions**

**Resultats esperats**

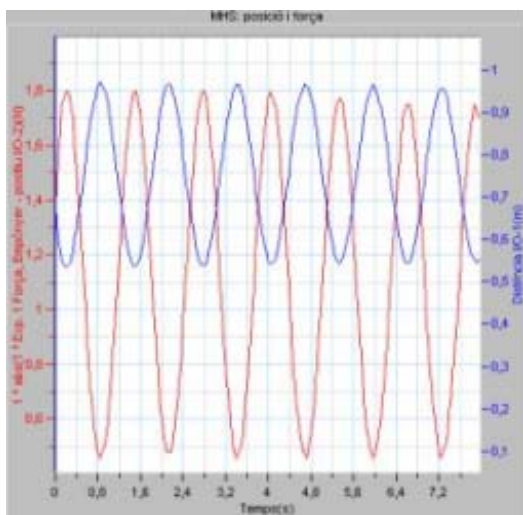


Figura 1

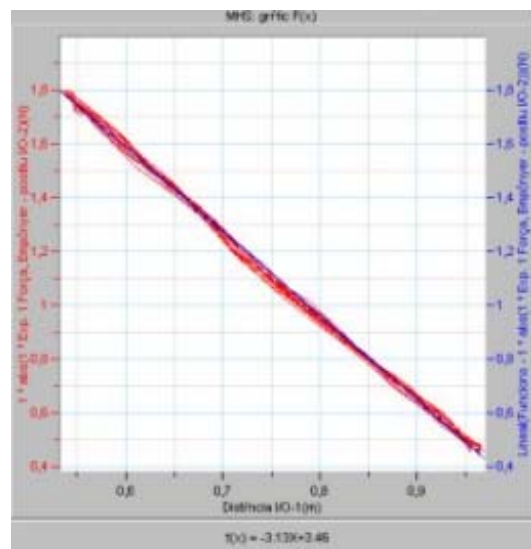
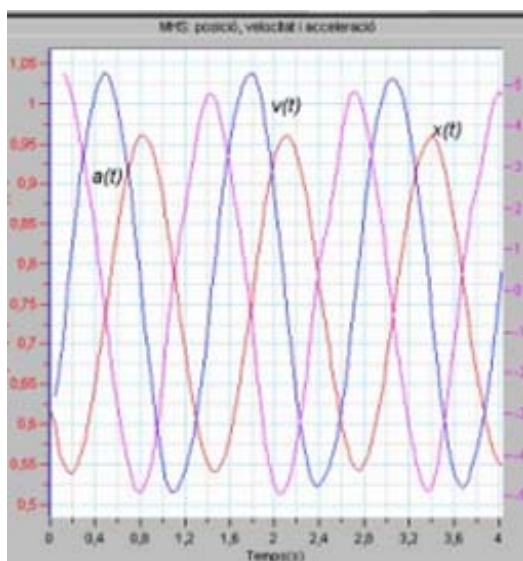


Figura 2



El gràfics de les figures 1, 2 i 3, s'han obtingut emprant una molla de constant  $3 \text{ N m}^{-1}$  i una massa total (pesos més portapesos) de 120 g.

Si es vol canviar el sistema de referència de manera que la posició i la força resultin nul·les per a la posició d'equilibri s'ha de clicar:

Ajudant d'anàlisi -> Funcions -> Lineal

Seleccionar, primer, Exp3 – Distància i fer  $C_1 = -x_0$  (-0.751m). A continuació fer el mateix però, seleccionant Exp3 – Força i fer  $C_1 = -f_0$  (-1.126m).

Els resultats per a fer  $C_1 = -x_0 = -0.751\text{m}$  i  $C_1 = -f_0 = -1.126\text{m N}$  es mostren a la Figura 6.

## Respostes al qüestionari

- L'aspecte dels gràfics  $x(t)$  i  $F(t)$  indica que, com prediu la teoria, tant la posició com la força són funcions sinusoidals del temps.
- Les funcions  $x(t)$  i  $F(t)$  tenen el mateix període, però entre elles hi ha una diferència de fase de  $\pi$  radians (estan en oposició).

Figura 3

- D'acord amb el gràfic de la figura 1:

$$T = \frac{6,44 \text{ s}}{5} = 1,29 \text{ s}; \quad f = 0,16 \text{ Hz} \times 5 = 0,80 \text{ Hz}$$

- L'equació donada per l'ajust lineal és:

$$F(x) = -3,13x + 3,46$$

Per tant,  $k = 3,13 \text{ N m}^{-1}$ . El valor donat pel fabricant és de  $k = 3 \text{ N m}^{-1}$ .

- El valor teòric, a partir dels valors donats pel fabricant de masses i molla és:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,12 \text{ kg}}{3 \text{ Nm}^{-1}}} = 1,3 \text{ s}; \quad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{1,26 \text{ s}} = 0,80 \text{ Hz}$$

Valors que concorden amb els obtinguts experimentalment.

- El valor pic a pic per al gràfic  $x-t$  és, en valor absolut; 0,43 m. Per tant, l'amplitud de l'oscil·lació és::

$$A = \frac{0,43 \text{ m}}{2} = 0,215 \text{ m} \approx 0,22 \text{ m}$$

- El valor pic a pic per al gràfic  $F-t$  és, en valor absolut, 1,34 N. Per tant, el valor màxim de la força recuperadora és:

$$F_{\text{màx}} = \frac{1,34 \text{ N}}{2} = 0,67 \text{ N}$$

- La relació entre dos valors corresponents de força i amplitud ha de donar la constant recuperadora com, en efecte, dona:

$$\frac{F}{x} = \frac{0,67 \text{ N}}{0,215 \text{ m}} = 3,1 \text{ Nm}^{-1}$$

- Quan es deixa anar la massa, el desplaçament respecte de la posició d'equilibri  $x-x_0$  és màxim i cap avall, mentre que la velocitat  $v$  és nul·la i l'acceleració  $a$  i la força  $F$  són màximes però cap amunt. A mesura que la massa puja,  $x$  i  $a$  disminueixen i  $v$  creix, i arriba al màxim en la posició d'equilibri, on  $x$ ,  $a$  i  $F$  són 0. Per inèrcia, la massa sobrepassa la posició d'equilibri, la força i l'acceleració comencen a créixer cap avall, mentre que la posició creix cap amunt i la velocitat disminueix i s'anul·la quan la massa arriba al punt més alt on  $x$ ,  $F$  i  $a$  són màximes. A partir del punt més alt, la massa accelera cap avall, i passa amb velocitat màxima per la posició d'equilibri, a partir de la qual frena cap amunt i s'atura,

momentàniament, en la posició de partida per repetir el moviment que continuaria indefinidament si no hi hagués amortiment.

11. Com que  $x_0 = 0,755$  m, l'ordenada en l'origen (prenent com a zero la posició d'equilibri) és  $x = -0,68$  m +  $0,755$  m =  $0,075$  m i substituint aquest valor en l'equació del moviment, resulta:

$$-0,075 = 0,215 \sin \varphi \rightarrow \sin \varphi = -\frac{0,075 \text{ m}}{0,215 \text{ m}} \rightarrow \varphi = -0,356 \text{ rad}$$

I l'equació del moviment serà:

$$x = 0,215 \sin (4,88t - 0,356) \quad (\text{unitats SI})$$

12. Els valors màxims de la velocitat i de l'acceleració obtinguts per derivació de l'equació anterior són, respectivament,  $1,0$  i  $5,1$  m s<sup>-2</sup>, mentre que els obtinguts a partir del gràfic són, respectivament,  $1,0$  i  $5,3$  m s<sup>-2</sup>.