

Caiguda lliure i velocitat límit

Material per al professorat

Orientacions didàctiques

Temporització

La preparació és molt breu, sobre tot en el cas que un alumne subjecti el sensor de distància, però si es vol aprofitar més el temps val la pena que l'alumnat es trobi el muntatge a punt en entrar al laboratori

½ hora per les prediccions i el plantejament d'hipòtesi. Aquesta part es pot fer a l'Aula amb tot el grup classe, no cal fer cap muntatge, cal distribuir els alumnes en els grups del laboratori, deixar caure les safates i que l'alumnat discuteixi i respongui a les preguntes-

1 hora pel enregistrament, tractament i anàlisi de les dades. Aquesta part s'ha de fer al laboratori, convé acabar-la tota dins del període de 1 hora, en cas contrari una distància en el temps molt gran, fa perdre la relació que existeix entre gràfic i experiment.

½ hora per les conclusions i la solució. Aquesta part es pot fer també a l'Aula, amb el canó de projecció, en el qual es puguin veure les gràfiques d'un dels experiments.

El darrer apartat *Aplicació dels resultats i ampliació de coneixements* (per a resoldre a casa) està pensat per l'alumnat més interessat en el tema i també pot servir pel professor o la professora si vol justificar àmpliament les diferències observades en les dues caigudes lliures.

Està dirigida a l' alumnat de batxillerat

Orientacions metodològiques

- La pràctica permet estudiar i comparar els moviments rectilini uniforme i rectilini uniformement accelerat.
- L'experiment pot ser útil per fer notar que en el moment de resoldre problemes i aplicar els coneixements teòrics cal tenir en compte els límits de validesa d'aquests. És a dir, malgrat que l'alumnat acostuma a pensar que la majoria de caigudes lliures són moviments uniformement accelerats en molts casos no és cert, ja que els factors de forma i pes del propi cos tenen molta importància en el moviment a través d'un fluid.
- Cal fer notar que si es fa aquesta experiència després que a classe s'hagi estudiat el moviment accelerat, una part de l'alumnat planteja com a hipòtesi que el moviment de caiguda de la safata serà rectilini uniformement accelerat. Cosa que alguns nois i noies continuen pensant després de veure com cau la safata, tot i que a simple vista es veu que ha de ser uniforme. Aquesta percepció desapareix després d'haver fet la pràctica i una bona part de l'alumnat és capaç d'argumentar que el moviment de caiguda de la safata de paper és rectilini uniforme i el de la safata de més massa és uniformement accelerat.
- Tal i com està feta l'experiència, cal parlar amb l'alumnat sobre l'origen del sistema de referència i el criteri de signes que s'utilitzen en aquesta pràctica. L'origen es troba en el sensor, allunyar-se del sensor (caure en aquest cas) dona un velocitat positiva.
- En la pràctica s'han deixat forats per tal que l'alumne respongui a les qüestions que es van plantejant i també pugui recollir les dades. Aquestes respostes en cap moment substitueixen l'informe de pràctiques, serveixen únicament per tenir el registre de dades.

Propostes de recerca

Es pot plantejar un treball de recerca que estudiï la caiguda dels paracaigudes i que permeti esbrinar el valor del coeficient de forma C_d en el moviment dels cossos a través de fluids, tot experimentant prèviament amb safates i cossos de diferents tipus i forma. Així mateix es pot intentar esbrinar el valor del coeficient n de la força d'arrossegament $F_{d'arrossegament} = kv^n$ i comprovar que per a cossos petits $n \rightarrow 1$ i per a cossos grans $n \rightarrow 2$. Així mateix es pot relacionar amb el moviment de cossos dins d'aigua i fer un estudi de l'aerodinàmica de cotxes i vaixells. Els moviments dins l'aigua com, per exemple, una caiguda a través del mateix tub de metacrilat, no es pot seguir amb el sensor de posició, però es pot filmar i després tractar les dades amb el programari de vídeo del Multilab, amb el Coach o amb el Vidshell.

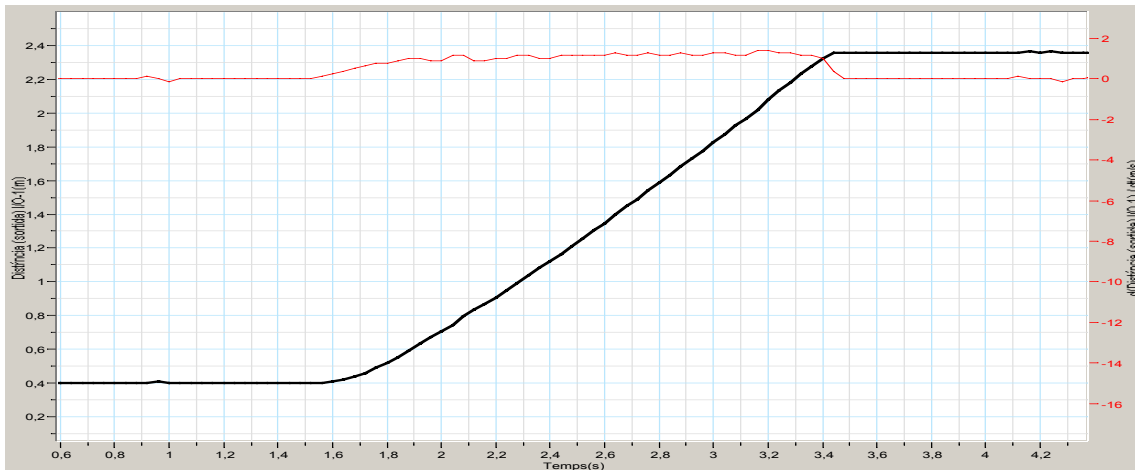
Orientacions tècniques

- Cal recordar que el sensor de distància necessita la font d'alimentació (DC9-12V) per funcionar i que mesura a partir dels 0,40 m.
- L'experiència es pot fer perfectament, amb un alumne subjectant el sensor de distància a una altura de més de 2,4 m . En aquest cas no és necessari cap muntatge previ.
- La forma de la safata amb les seves línies de plecs es pot dibuixar en un paper, fer fotocòpies i donar-les a l'alumnat, per tal que la facin.
- Les dimensions de la base de la safata, són les de la funda d'un CD de cartró. Per tenir la safata de més massa, es poden col·locar 5 CD amb o sense funda, a sobre de la safata. Si es posa un únic CD, el moviment és accelerat, però l'acceleració que dona és d'aproximadament 4 m/s^2 Amb 5 CD l'acceleració resultant és al voltant de 8 m/s^2 . És evident que es pot utilitzar un altra tipus de safata (per exemple embolcalls de magdalenes) i es poden substituir els CD's per un bloc de fusta per exemple.
- Per aconseguir un moviment regular de caiguda de la safata de paper, cal sostenir-la amb les palmes de les dues mans i posteriorment retirar-les.
- El fitxer de Multilab *Caiguda safata.mlp* conté totes les dades i ajustaments del moviment . A continuació s'explica el significat de les gràfiques:
 - **Exp. 3:** Correspon a la gràfica de posició original de la caiguda de la safata de paper
 - **Exp 10:** Correspon a la gràfica de posició original de la caiguda de la safata amb un CD.
 - **Exp. 11:** Correspon a la gràfica de posició original de la caiguda de la safata amb 5 CDs
 - **En Funcions**
 - **3.Velocitat safata:** correspon a la gràfica de velocitat de la safata sense CDs
 - **Velocitat 5 CDs:** correspon a la gràfica de velocitat de la safata amb 5 CDs
 - **En Retalla les dades**
 - Es troben les gràfiques retallades de posició i velocitat, corresponents únicament al tros en que estan en moviment les safates sense C_d i amb 5 CD,
 - **En Funcions**
 - **Lineal (3.Caiguda. Distància):** Correspon a l'ajustament lineal del tros de gràfica en que la safata de paper va amb MRU. Convé posar-la superposada a 3.Caiguda.Distància que es troba en Retalla les dades.
 - **Polinomial(Exp.11-Distància.5CDs) :** Correspon a l'ajustament d'un polinomi de segon grau a la gràfica de posició que correspon a la caiguda de la safata amb 5 CDs. Convé superposar-la a la gràfica 11.Velocitat 5CDs, que es troba a Retalla les dades.
 - **Lineal (Funcions-velocitat 5 CDs) :** Correspon a l'ajustament lineal sobre la gràfica de velocitat del moviment de la safata amb 5CDs. Convé superposar-la a la gràfica 11.Velocitat 5CDs, que es troba a Retalla les dades.

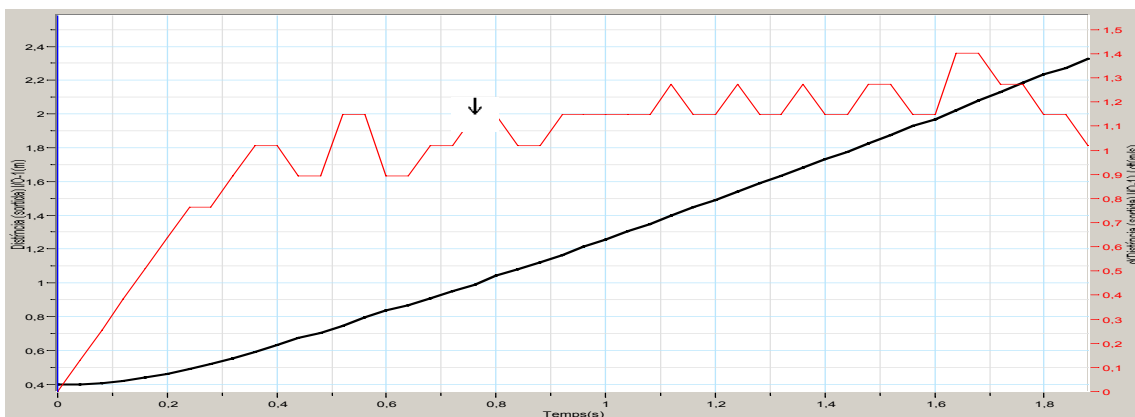
Anàlisi de les dades

Resultats esperats.

- Caiguda de la safata de paper .

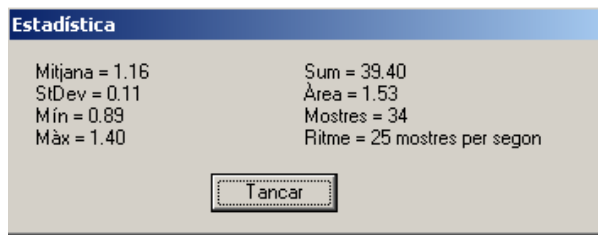


Gràfics de posició (negre) i velocitat (vermell)



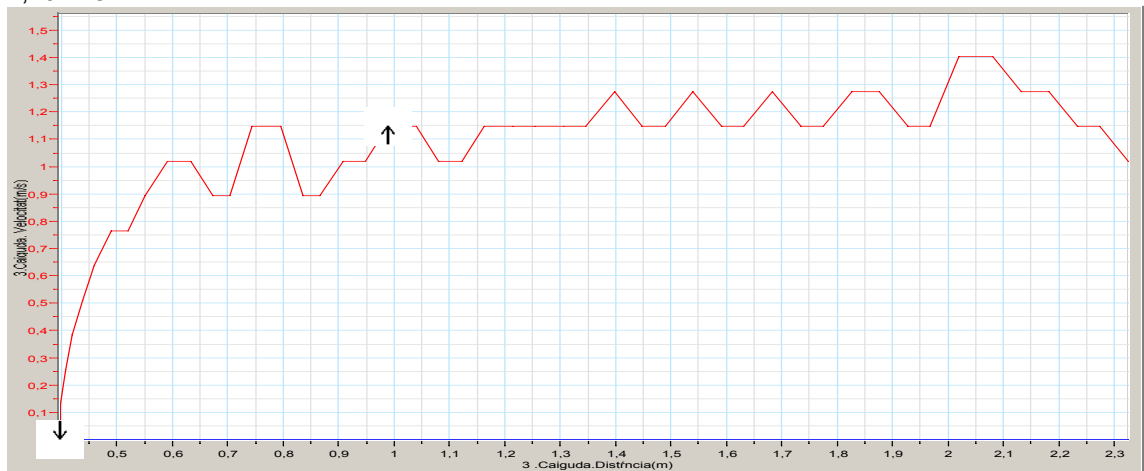
Gràfics Posició-temps (negre) i velocitat-temps (vermell) del tros que correspon únicament moviment de la safata

1. De la gràfica v-t, es pot observar que el moviment és rectilini i accelerat (no uniformement) durant els primers 0,76s. L'acceleració no és constant, va disminuint, fins arribar a zero als 0,76 s de començar a caure la safata. A partir d'aquest moment i fins que toca terra de 0,76s a 1,86 s el moviment és rectilini i uniforme.
2. La safata ha arribat a v constant en 0,76 s. El seu valor és de 1,15 m/s. Aquest valor s'assoleix després de recórrer aproximadament 0,592 m, a una distància del sensor de 1 m aproximadament. Es pot calcular la velocitat constant, també a partir de la mitjana dels valors de velocitat seleccionant amb les fletxes entre els valors en que v és veu pràcticament constant, per exemple entre $t = 0,52$ s i $t = 1,84$ s de la gràfica anterior i fer el càlcul a partir de l'opció del menú **Anàlisi | Estadística**.



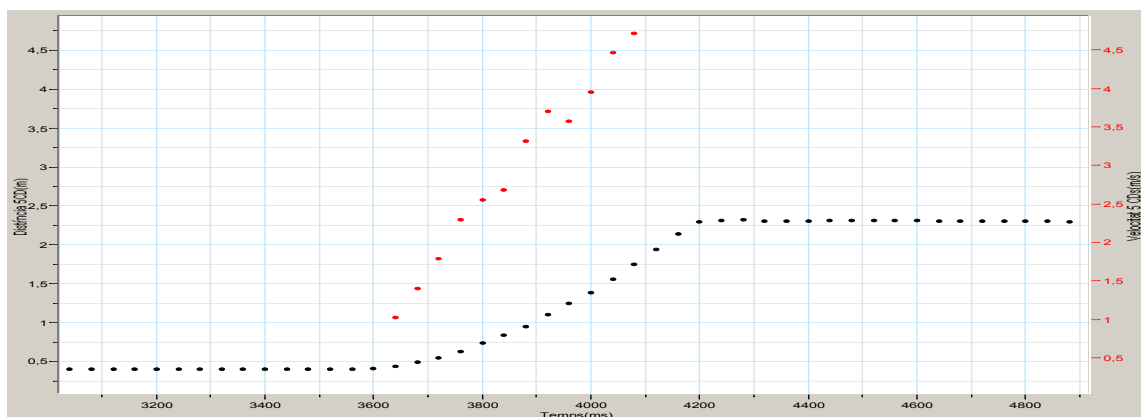
El valor resultant és el de la mitjana, de 1,16 m/s.

3. Gràfic Velocitat-posició (v-y). De fletxa a fletxa $\Delta x = 0,592\text{m}$ i v en la fletxa més alta és 1,15 m/s

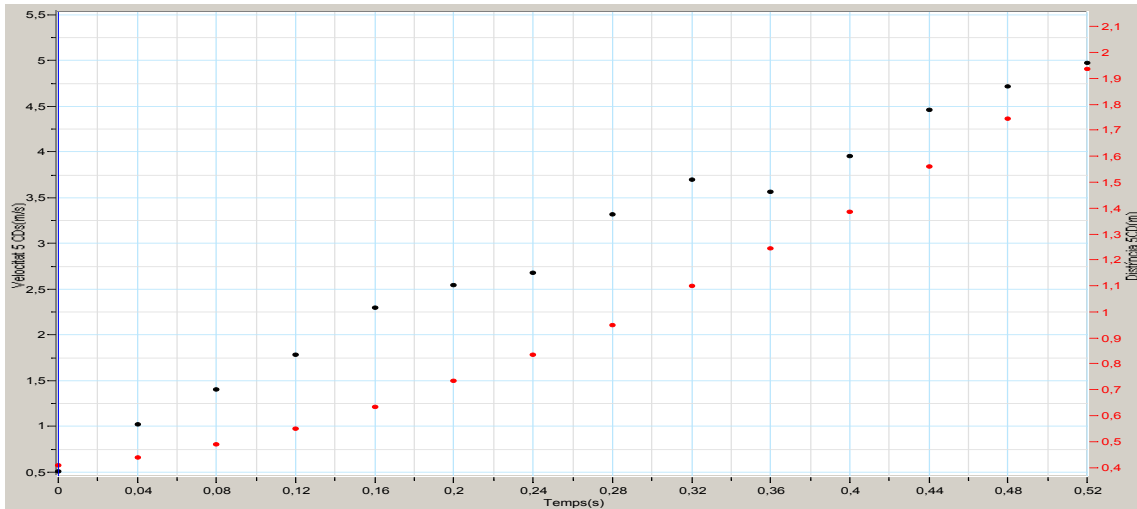


4. La safata arriba a la velocitat límit als 0,76 s, podem ajustar una línia recta al gràfic posició-temps, en d'interval de temps de 0,76 s a 1,86 s en que la safata va a velocitat constant, el resultat és la funció $f(x) = 1,19x + 0,068$, amb un $R^2 = 1$, que ens dona la velocitat 1,19 m/s constant de la safata, és a dir la velocitat límit. El resultat com es pot veure és molt similar al calculat directament a partir del gràfic de velocitat (1,15 m/s). El resultat tindrà menys error que el calculat directament, ja que el fet de ajustar-li la funció lineal amb un grau d'ajustament de $R^2 = 1$, el que fa és una mena de mitjana dels valors de velocitat límit.

• **Caiguda de la safata amb més massa.**

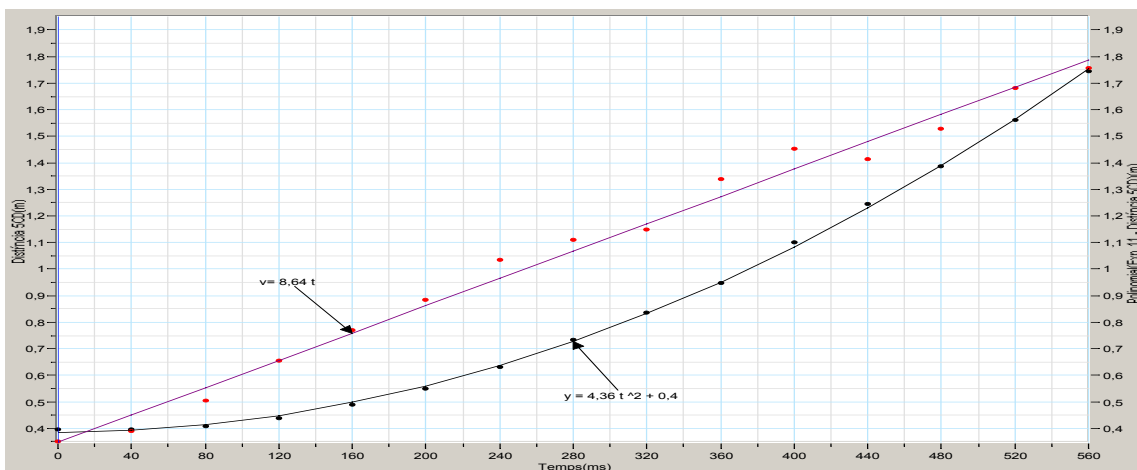


Gràfics de posició (negre) i velocitat (vermell)



Gràfiques posició-temps i velocitat-temps corresponents al moviment de caiguda de la safata.

1. De l'observació de les dues gràfiques es pot concloure que el moviment és MRUA, ja que una correspon a una paràbola (y-t) i l'altra a una línia recta (v-t), en aquest cas no s'ha arribat a una velocitat constant. És difícil que un alumne vegi que al conjunt de punts negres se li pugui ajustar una línia recta. De fet cal observar les dues gràfiques conjuntament i conèixer com han de ser les gràfiques del MRUA, per arribar a aquesta conclusió.
2. Podem ajustar una funció polinomial d'ordre 2 al gràfic posició-temps, el resultat serà la funció $f(x) = 4,29 x^2 + 0,033 x + 0,38$. Si ajustem una línia recta al gràfic velocitat-temps, la funció corresponent és $f(x) = 8,53 x - 0,0066$



Si introduïm en les equacions les magnituds correctes, tindrem les equacions:
 $y = 4,29 t^2 + 0,4$ i $v = 8,53 t$. El valor de a és pràcticament el mateix, calculat a partir d'una i de l'altra equació, V_0 és zero i el resultat és coherent, ja que els valors de 0,033 o 0,0066 es poden menysprear. 0,4 m és la distància a l'origen (al sensor) des de la qual es deixa anar la safata.

Conclusions

1. El moviment de la safata de paper al començament és rectilini i accelerat. L'acceleració va disminuint fins arribar a un valor de $a = 0$ i per tant a partir d'aquest moment és MRU.
2. L'equació matemàtica és $f(x) = 1,19x + 0,068$, si comparem amb l'equació general d'un MRU $x = v(t - t_0) + x_0$, s'observa que $v = 1,19$ m/s ara bé x_0 no és $0,068$ m, aquest resultat, no té significat físic. De fet, si el que es calcula és l'equació de posició, corresponent al moviment de la safata quan adquireix la velocitat límit, amb l'origen del sistema de referència en el sensor, sentit positiu cap avall i es comença a contar el temps en el moment que adquireix la velocitat límit, llavors, $v = 1,19$ m/s, però $x_0 = 0,989$ m, $t_0 = 0$; per tant $x = 1,19t + 0,989$. Si comencem a comptar el temps en el moment que es deixa anar la safata, $t_0 = 0,76$ s i per tant $x = 1,19(t - 0,76) + 0,989$ que si es desenvolupa dona un resultat similar a la primera equació $x = 1,19t + 0,031$. Per tant la primera equació correspon a la del moviment però amb el parèntesi desenvolupat.
3. Ja està explicat abans
4. Es tracta d'un MRUA, com es pot observar de les gràfiques $y-t$ (paràbola) i $v-t$ (recta)
5. Les equacions són:

$$y = 4,29 t^2 + 0,4$$
$$v = 8,53 t$$

6. Comparant amb les equacions del MRUA $y = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$, es pot concloure que $a = 2 \cdot 4,29 = 8,58$ m/s², $v_0 = 0$ m/s i $x_0 = 0,4$ m. De l'altra equació $v = a \cdot t + v_0$ podem concloure $a = 8,53$ m/s² i $v_0 = 0$ m/s
7. Es tracta d'una safata que parteix del repòs a una distància del sensor de $0,4$ m que cau amb un moviment rectilini i uniformement accelerat, amb acceleració de $8,6$ m/s²
8. Entre els gràfics posició-temps, es pot observar que en el cas de la safata sense CDs, arriba un moment en que la gràfica és una línia recta (cal dir que per interpretar que la primera part del moviment no es recte, convé mirar també la gràfica $v-t$), a partir d'aquest moment el moviment és rectilini i uniforme amb v constant. Pel contrari en el cas del moviment amb 5 CDs, la gràfica posició-temps és una paràbola, el moviment es pot considerar MRUA. En el cas de les gràfiques $v-t$, la diferència en el tipus de moviment queda més clara, en el primer cas s'observa que a partir d'un moment la safata arriba a la velocitat límit (gràfica pràcticament horitzontal) en el segon cas la gràfica correspon a una línia recta, per tant correspon a un MRUA. Si a en el segon cas no és $9,8$ m/s² és degut a que hi ha una força de fregament amb l'aire, que es igual en el dos casos, però afecta més en el primer, ja que la massa és molt més petita.

Solució i interpretació teòrica

Defenseu o negueu la hipòtesi inicial sobre el moviment de les dues safates:

Són respostes d'alumnes a una pràctica similar feta amb un tub i una bola de porexpan i una d'acer.

Després de realitzar la pràctica ens hem adonat que el moviment que segueix la pilota de porexpan és rectilini uniforme i no un moviment rectilini uniformement accelerat com havíem previst inicialment. En el cas de la bola d'acer si que havíem previst el moviment correcte (MRUA).

A què creieu que són degudes les diferències entre els dos moviments?

En el cas de la pilota de porexpan, el que passa és que la força d'arrossegament i la força de gravetat s'igualen molt ràpidament i això provoca que la bola tingui una velocitat constant i per tant

una acceleració igual a zero. El cas de la bola d'acer és diferent: la força d'arrossegament no s'igualava amb la força de la gravetat i per aquest motiu el cos descriu un moviment rectilini uniformement accelerat. Les dues forces no s'igualen perquè la bola no cau prou temps; si deixéssim caure la bola d'acer més estona, al final també descriuria un moviment rectilini uniforme amb acceleració igual a zero i velocitat constant molt elevada.

(Daniel P. Batxillerat 1B. IES de Castellar)

Aplicació dels resultats i ampliació de coneixements

1. Per què baixa a velocitat constant la safata de paper a partir d'un cert instant?

Perquè hi ha una força de fregament amb l'aire que depèn de la velocitat al quadrat, i per tant va augmentant amb el temps, a partir d'un determinat instant (al cap de 0,76 s), la força de fregament iguala el pes de la safata (que és molt petit en el primer cas) i a partir d'aquest instant la acceleració és zero i la velocitat constant.

2. Quina és la seva velocitat límit?

1,19 m/s

3. La safata amb CDs arriba a assolir la seva velocitat límit?

No, en cap moment s'observa la constància de la velocitat. Això és degut a que la massa de la safata amb CDs és molt més gran, però la força de fricció és igual que en el cas anterior, per tant ha d'augmentar molt més la velocitat de la safata per tal d'arribar a igualar al pes. La safata no té espai suficient en el seu recorregut per arribar a la velocitat límit.

4. A quin moviment dels estudiats s'assembla cadascuna de les fotografies?

Resposta d'un alumne a un moviment similar.

El moviment de la bola de l'esquerra (pilota de golf) s'assembla al moviment de la bola d'acer (MRUA). I el moviment de la bola de la dreta (pilota de plàstic) s'assembla al moviment de la pilota de porexpan (MRU).

(Daniel P. Batxillerat 1B. IES de Castellar)